

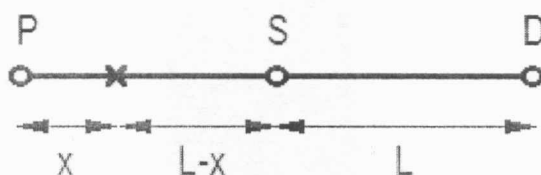
Prirodno-matematički fakultet
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

OLIMPIJADA ZNANJA 2015

Takmičenje iz fizike za I razred srednje škole

Rješenja:

1.



Pošto važi relacija $T_D > T_S > T_P$, mjesto mimoilaženja je između Podgorice i Spuža, i nalazi se bliže Podgorici nego Spužu. Rastojanje od Spuža do Danilovgrada vozač pređe za vrijeme $T_D - T_S$. Tako da je brzina vozača $v = \frac{L}{T_D - T_S}$. Neka je x rastojanje od mjesta mimoilaženja do Podgorice, i neka se vozači mimoide u trenutku T . Tada važe sljedeće dvije jednačine $x = v(T_P - T)$, i $L - x = v(T_S - T)$. Oduzimanjem ove dvije jednačine dobijamo: $L - 2x = v(T_S - T_P)$, odnosno $L - 2x = L(T_S - T_P)/(T_D - T_S)$. Konačno dobijamo:

$$x = \frac{T_D + T_P - 2T_S}{2(T_D - T_S)} L$$

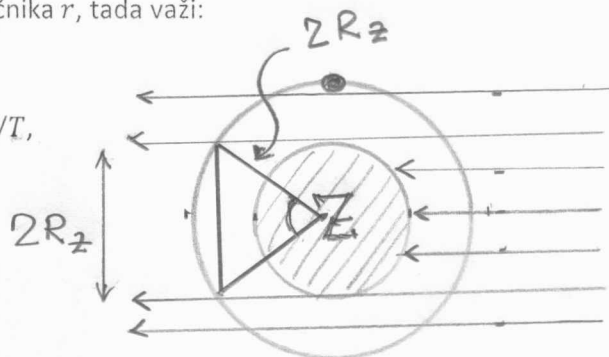
2. Ako satelit kruži oko Zemlje po kružnici poluprečnika r , tada važi:

$$\gamma \frac{M_Z m}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$$

Uzimajući u obzir da je $g = \gamma M_Z / R_Z^2$, i $v = 2\pi r / T$, dobijamo:

$$g R_Z^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{g R_Z^2 T^2}{4\pi^2}} \approx 12800 \text{ km} = 2R_Z$$



Može se smatrati da sunčevi zraci padaju paralelno na Zemlju. Sa slike se vidi da satelit opiše ugao 60° dok se nalazi u mraku, odnosno u mraku provede $1/6$ svoje putanje oko Zemlje, pa je $t = \frac{T}{6} = 39 \text{ min } 30 \text{ sec}$.

3. U stanju ravnoteže moment sile teže i moment sile potiska, u odnosu na tačku vješanja, su jednaki:

$$mgx_1 = \rho_0 g x_2 \Delta V$$

Gdje je ΔV , dio zapremine štapa koji je uronjen u tečnost i važi $\frac{\Delta V}{V} = \frac{d}{l}$. Masa štapa je $m = \rho V$. Pa jednačina ravnoteže glasi:

$$\rho V x_1 = \rho_0 x_2 V d / l$$

Iz jednakosti trouglova zaključujemo da je

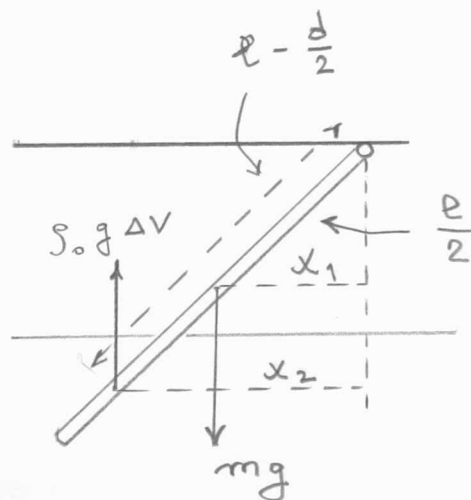
$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{l - d/2}{l/2} = 2 - \frac{d}{l}$$

Pa je konačno jednačina ravnoteže:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 2 \frac{d}{l} - \left(\frac{d}{l}\right)^2$$

Rješavanjem kvadratne jednačine dobijamo:

$$d = l \left(1 - \sqrt{1 - \frac{\rho}{\rho_0}} \right) = 5,94 \text{ cm}$$



4. Zbog simetrije problema, tačka u kojoj će loptica da udari u plafon, mjereno duž horizontale, nalazi se na polovini rastojanja od ponovnog udara loptice o pod. Neka je D traženo rastojanje. Jednačina putanje za kosi hitac glasi:

$$y = x \tan \alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha}$$

Odnosno

$$x^2 - \frac{2v_0^2 \cos^2 \alpha \tan \alpha}{g} x + \frac{2yv_0^2 \cos^2 \alpha}{g} = 0$$

Stavljajući $y = h = 3\text{m}$, $x = D/2$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$, $\cos 60^\circ = 1/2$, dobijamo sljedeću kvadratnu jednačinu

$$D^2 - 10\sqrt{3}D + 60 = 0 \text{ [m}^2\text{]}$$

$$D = (5\sqrt{3} - \sqrt{15}) \text{ [m]}$$

$$D = 4,787 \text{ m}$$

